MATEMÁTICA

Matemática – Questão 01

Um carro irá participar de uma corrida em que terá que percorrer 70 voltas, em uma pista com 4,4 km de extensão. Como o carro tem um rendimento médio de 1,6 km/L e seu tanque só comporta 60 litros, o piloto terá que parar para reabastecer durante a corrida.

A) Supondo que o carro iniciará a corrida com o tanque cheio, quantas voltas completas ele poderá percorrer antes de parar para o primeiro reabastecimento?

B) Qual é o volume total de combustível que será gasto por esse carro na corrida?

RESOLUÇÃO:

a) 60 litros $\rightarrow$ 96 Km
1 volta $\rightarrow$ 4,4 Km

1 tanque $\rightarrow \dfrac{96}{4,4} = 21,82$ voltas;

21 voltas completas.

b) Corrida = 70.4,4 Km = 308 Km

$$V = \frac{308}{1,6} = \boxed{192,5 \text{ litros}}$$

Uma empresa tem 5 000 funcionários. Desses, 48% têm mais de 30 anos, 36% são especializados e 1400 têm mais de 30 anos e são especializados. Com base nesses dados, pergunta-se:

A) Quantos funcionários têm até 30 anos e não são especializados?

B) Escolhendo um funcionário ao acaso, qual a probabilidade de ele ter até 30 anos e ser especializado?

RESOLUÇÃO:

	-30_{ANOS}	$+30_{\text{ANOS}}$
ESP.	400	1400
Ñ ESP.	2200	1000

a) $\boxed{2200}$

b) $P = \dfrac{400}{5000} = \dfrac{2}{25} = \boxed{8\%}$

Matemática – Questão 03

Um cidadão precavido foi fazer uma retirada de dinheiro em um banco. Para tanto, levou sua mala executiva, cujo interior tem 56 cm de comprimento, 39 cm de largura e 10 cm de altura. O cidadão só pretende carregar notas de R$ 50,00. Cada nota tem 140 mm de comprimento, 65 mm de largura, 0,2 mm de espessura e densidade igual a 0,75 g/cm^3.

A) Qual é a máxima quantia, em reais, que o cidadão poderá colocar na mala?

B) Se a mala vazia pesa 2,6 kg, qual será o peso da mala cheia de dinheiro?

RESOLUÇÃO:

a) $V_{mala} = 56.39.10\text{cm}^3 = 21840\ \text{cm}^3$

$V_{nota} = 14.6{,}5.\ 0{,}02\ \text{cm}^3 = 1{,}82\ \text{cm}^3$

$$\frac{21840\ \text{cm}^3}{1{,}82\ \text{cm}^3} = 12000 \text{ notas}$$

$12000 \times 50 = \boxed{\text{R\$ } 600.000{,}00}$

b) $\text{Mala}_{cheia} = 2{,}6\ \text{Kg} + 21840\ \text{cm}^3 \ .\ 0{,}75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \boxed{18{,}98\ \text{Kg}}$

Matemática – Questão 04

Seja S o conjunto dos números naturais cuja representação decimal é formada apenas pelos algarismos 0, 1, 2, 3 e 4.

A) Seja x =

2	0	3	4	1	3	2	1		

um número de dez algarismos pertencentes a S, cujos dois últimos algarismos têm igual probabilidade de assumir valor inteiro de 0 a 4. Qual a probabilidade de que x seja divisível por 15?

b) Quantos números menores que um bilhão e múltiplos de quatro pertencem ao conjunto S?

RESOLUÇÃO:

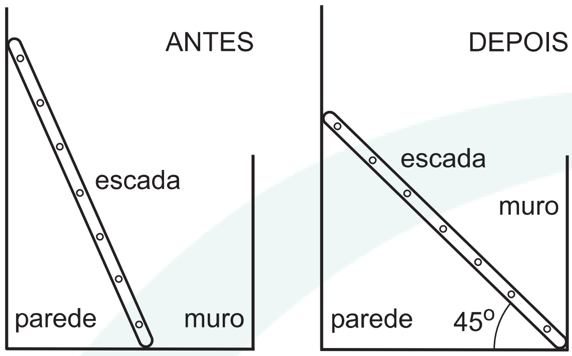
a) O número tem que terminar em zero e ser múltiplo de 3 (soma dos algarismos). A única possibilidade é terminar

$$P = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \boxed{\frac{1}{25}}$$

b) $8 \times 5^7 = 625.000$

Matemática – Questão 05

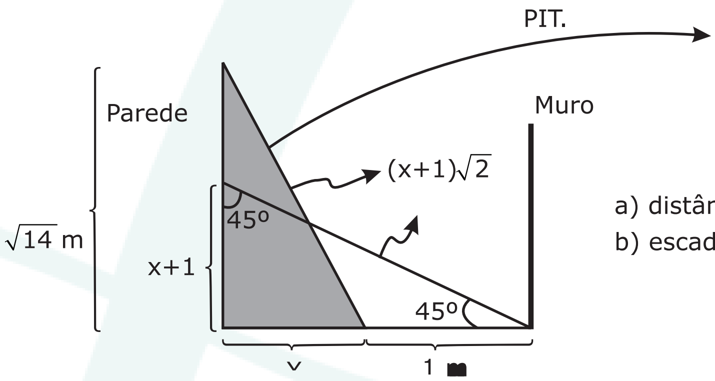
Para trocar uma lâmpada, Roberto encostou uma escada na parede de sua casa, de forma que o topo da escada ficou a uma altura de aproximadamente $\sqrt{14}$ m. Enquanto Roberto subia os degraus, a base da escada escorregou por 1 m, indo tocar o muro paralelo à parece, conforme a ilustração. Refeito do susto, Roberto reparou que, após deslizar, a escada passou a fazer um ângulo de 45º com a horizontal. Pergunta-se:



A) Qual é a distância entre a parede da casa e o muro?

B) Qual é o comprimento da escada de Roberto?

RESOLUÇÃO:



$$[(x+1)\sqrt{2}\,]^2 = x^2 + (\sqrt{14}\,)^2$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$X = 2\text{m}$$

a) distância = $x+1 = \boxed{3\text{m}}$

b) escada = $(x+1)\sqrt{2} = \boxed{3\sqrt{2}\text{ m}}$

A concentração de CO_2 na atmosfera vem sendo medida, desde 1958, pelo Observatório de Mauna Loa, no Havaí. Os dados coletados mostram que, nos últimos anos, essa concentração aumentou, em média, 0,5% por ano. É razoável supor que essa taxa anual de crescimento da concentração de CO_2 irá se manter constante nos próximos anos.

A) **ESCREVA uma** função C(t) que represente a concentração de CO_2 na atmosfera em relação ao tempo t, dado em anos. Considere como instante inicial, ou seja, aquele em que t = 0, o ano de 2004, no qual foi observada uma concentração de 377,4 ppm de CO_2 na atmosfera.

B) **DETERMINE** aproximadamente em que ano a concentração de CO_2 na atmosfera será 50% superior àquela em 2004. Se necessário, use $\log_{10} 2 \cong 0{,}3010$, $\log_{10} 2{,}01 \cong 0{,}3032$ e $\log_{10} 3 \cong 0{,}4771$.

RESOLUÇÃO:

a) $C\,(t) = \overbrace{377{,}4}^{C_0}.(1{,}005)^t$

b)

$1{,}5\,\cancel{lo} = \cancel{C}o.(1{,}005)^t$

$\log\,(1{,}005)^t = \log\,1{,}5$

$t = \dfrac{\log\,1{,}5}{\log\,1{,}005} = 80\,\text{anos}$

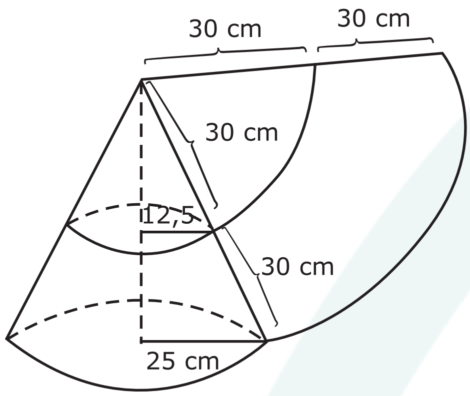
Ano 2084

Um abajur de tecido tem a forma de um tronco de cone circular reto, com bases paralelas. As aberturas do abajur têm 25 cm e 50 cm de diâmetro, e a geratriz do tronco de cone mede 30 cm. O tecido do abajur se rasgou e deseja-se substituí-lo.

A) **DETERMINE** os raios dos arcos que devem ser demarcados sobre um novo tecido para que se possa cortar um revestimento igual àquele que foi danificado.

B) **CALCULE** a área da região a ser demarcada sobre o tecido que revestirá o abajur.

RESOLUÇÃO:



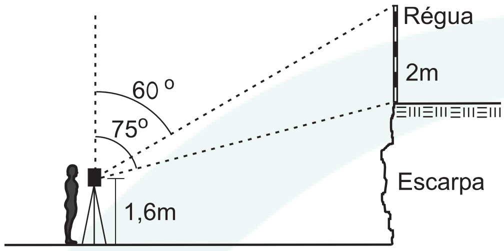
a) 60 cm e 30 cm

b) $A_{HAC} = \pi RG - \pi rg$

$A_{HAC} = \pi.25.60 - \pi.12,5.30$

$A_{HAC} =$?

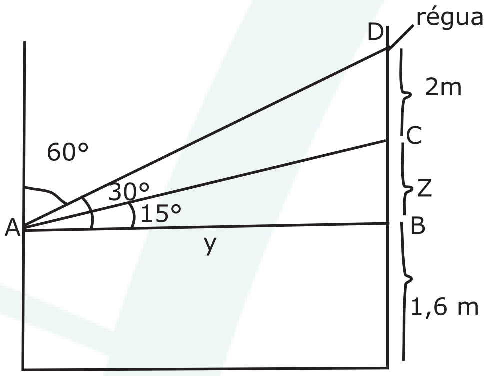
De uma praia, um topógrafo observa uma pequena escarpa sobre a qual foi colocada, na vertical, uma régua de 2m de comprimento. Usando seu teodolito, o topógrafo constatou que o ângulo formando entre a reta vertical que passa pelo que passa pelo teodolito e o segmento de reta que une o teodolito ao topo da régua é de 60º, enquanto o ângulo formado entre a mesma reta vertical e o segmento que une o teodolito à base da régua é de 75º. Sabendo que o teodolito está a uma altura de 1,6 m do nível da base da escarpa, responda às questões a seguir.



A) Qual a distância horizontal entre a reta vertical que passa pelo teodolito e a régua sobre a escarpa?

B) Qual a altura da escarpa?

RESOLUÇÃO:



$$\begin{cases}(Z+2).\sqrt{3}=y\\(2-\sqrt{3}).y=7\end{cases}$$

a) $Z=\sqrt{3}$

$y = (2\sqrt{3}+3)$m

b) $Z+1,6 = (\sqrt{3}+1,6)$m

Sejam dados, a matriz A = $\begin{pmatrix} x-1 & x-1 & x-1 \\ x-1 & 1 & 2 \\ x-1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, o vetor b = $\begin{pmatrix} m \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ e o vetor y = $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$

A) **ENCONTRE** o conjunto solução da equação det(A) = 0

B) Utilizando o maior valor de x que você encontrou no item (a), **DETERMINE** o valor de m para que o sistema linear Ay = b tenha infinitas soluções.

RESOLUÇÃO:

a) detA = 0 → $4x^2 - 12x + 8 = 0$
S = {1,2}

b) $\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 = m \\ y_1 + y_2 + 2y_3 = 3 \\ y_1 + y_2 - 2y_3 = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_1 + y_2 = m + \dfrac{1}{2} \\ y_1 + y_2 = 4 \end{cases}$

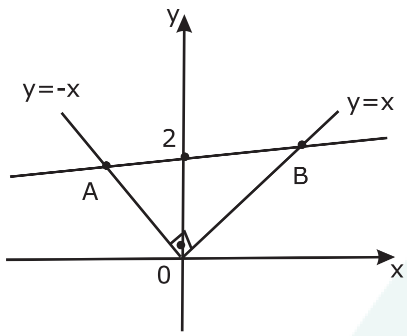
$\rightarrow y_3 = -\dfrac{1}{2}$ $\qquad \rightarrow m = \dfrac{7}{2}$

Sabe-se que a reta r(x) = mx + 2 intercepta o gráfico da função y = |x| em dois pontos distintos, A e B.

A) **DETERMINE** os possíveis valores para m.

B) Se O é a origem dos eixos cartesianos, **ENCONTRE** o valor de m que faz com que a área do triângulo OAB seja mínima.

RESOLUÇÃO:



a) y=mx+2 → -1<m<1

$$S_{\Delta} = \frac{d(A,0).d(B,0)}{2} \quad m_v = 0$$

$$= \frac{1}{2}.\frac{2\sqrt{2}}{1+m}.\frac{2\sqrt{2}}{1-m} = \frac{4}{-m^2+1} \rightarrow$$

b) mx+2=-x

$$x = \frac{-2}{1+m} \rightarrow A\left(\frac{-2}{1+m}, \frac{2}{1+m}\right)$$

$$mx + 2 = x$$

$$x = \frac{2}{1-m} \rightarrow B\left(\frac{2}{1-m}, \frac{2}{1-m}\right)$$

Um triângulo retângulo de vértices A, B e C é tal que $\overline{AC} = 6$ cm, $\overline{AB} = 8$ e $\overline{BC} = 10$ cm. Os segmentos $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ também são lados de quadrados construídos externamente ao triângulo ABC. Seja O o centro da circunferência que circunscreve o triângulo e sejam D, E e F os centros dos quadrados com lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, respectivamente.

A) **CALCULE** os comprimentos dos segmentos $\overline{DO}$, $\overline{EO}$ e $\overline{FO}$.

B) **CALCULE** os comprimentos dos lados do triângulo de vértices D, E e F.

RESOLUÇÃO:

a) 5, 7 e 7cm

$7\sqrt{2}$ cm

b) EF = DE = $\sqrt{116}$ cm

DF = $\sqrt{130}$ cm

As três raízes da equação $x^3 - 3x^2 + 12x - q = 0$, em que q é um parâmetro real, formam uma progressão aritmética.

A) **DETERMINE** q.

B) Utilizando o valor de q determinado no item (a), **ENCONTRE** as raízes (reais e complexas) da equação.

RESOLUÇÃO:

a) Raízes: a – r, a, a+r
5= 3
a –r +a +a+r = 3
a= 1

1-3+12-q=0
q= 10

b) Dividindo $x^3-3x^2+12x-10$ por x-1,
Obtemos: $Q(x) = x^2-2x+10$ e $R(x) = 0$
$x^2-2x+10 = 0$ x1=1+3i
$x^2= 1-3i$

S= {1-3i, 1, 1+3i}